

MARINHA DO BRASIL
DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

***(PROCESSO SELETIVO DE ADMISSÃO AO COLÉGIO
NAVAL / PSACN-2010)***

**NÃO ESTÁ AUTORIZADA A UTILIZAÇÃO DE
MATERIAL EXTRA**

MATEMÁTICA

- 1) Seja ABC um triângulo com lados $AB = 15$, $AC = 12$ e $BC = 18$. Seja P um ponto sobre o lado AC, tal que $PC=3AP$. Tomando Q sobre BC, entre B e C, tal que a área do quadrilátero APQB seja igual a área do triângulo PQC, qual será o valor de BQ?
- (A) 3,5
(B) 5
(C) 6
(D) 8
(E) 8,5
- 2) Sejam $p(x) = 2x^{2010} - 5x^2 - 13x+7$ e $q(x) = x^2+x+1$. Tomando $r(x)$ como sendo o resto na divisão de $p(x)$ por $q(x)$, o valor de $r(2)$ será
- (A) -8
(B) -6
(C) -4
(D) -3
(E) -2
- 3) Tem-se o quadrado de vértices ABCD com lados medindo 'k'cm. Sobre AB marca-se M, de modo que $AM = \frac{BM}{3}$. Sendo N o simétrico de B em relação ao lado CD, verifica-se que MN corta a diagonal AC em P. Em relação à área ABCD, a área do triângulo PBC equivale a:
- (A) 18%
(B) 24%
(C) 27%
(D) 30%
(E) 36%

- 4) No conjunto dos inteiros positivos sabe-se que 'a' é primo com 'b' quando $\text{mdc}(a,b)=1$.
Em relação a este conjunto, analise as afirmativas a seguir.

- I - A fatoração em números primos é única.
II - Existem 8 números primos com 24 e menores que 24.
III- Se $(a+b)^2 = (a+c)^2$ então $b=c$
IV - Se $a < b$, então $a.c < b.c$

Quantas das afirmativas acima são verdadeiras?

- (A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4
- 5) Estudando os quadrados dos números naturais, um aluno conseguiu determinar corretamente o número de soluções inteiras e positivas da equação $5x^2 + 11y^2 = 876543$. Qual foi o número de soluções que este aluno obteve?
- (A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4
- 6) ABCD é um quadrado de lado L. Sejam K a semicircunferência, traçada internamente ao quadrado, com diâmetro CD, e T a semicircunferência tangente ao lado AB em A e tangente à K. Nessas condições, o raio da semicircunferência T será

- (A) $\frac{5L}{6}$
(B) $\frac{4L}{5}$
(C) $\frac{2L}{3}$
(D) $\frac{3L}{5}$
(E) $\frac{L}{3}$

7) Considere o conjunto de todos os triângulos retângulos. Sendo 'h' a altura relativa à hipotenusa, quantos elementos, nesse conjunto, tem altura igual a $\frac{\sqrt{15}}{4} h^2$?

- (A) Infinitos.
- (B) Mais de dezesseis e menos de trinta.
- (C) Mais de quatro e menos de quinze.
- (D) Apenas um.
- (E) Nenhum.

8) Seja 'x' um número real. Define-se $\lfloor x \rfloor$ como sendo o maior inteiro menor do que 'x', ou igual a 'x'. Por exemplo, $\lfloor 2,7 \rfloor$; $\lfloor -3,6 \rfloor$; $\lfloor 5 \rfloor$ são, respectivamente, igual a 2; -4 e 5. A solução da igualdade $\lfloor x \rfloor + \lfloor 2x \rfloor = 6$ é o intervalo [a; b). O valor de a + b é

- (A) $\frac{15}{4}$
- (B) $\frac{9}{2}$
- (C) $\frac{11}{2}$
- (D) $\frac{13}{3}$
- (E) $\frac{17}{5}$

9) ABC é um triângulo equilátero. Seja P um ponto do plano de ABC e exterior ao triângulo de tal forma que PB intersecta AC em Q (Q está entre A e C). Sabendo que o ângulo APB é igual a 60° , que $PA = 6$ e $PC = 8$, a medida de PQ será

(A) $\frac{24}{7}$

(B) $\frac{23}{5}$

(C) $\frac{19}{6}$

(D) $\frac{33}{14}$

(E) $\frac{11}{4}$

10) A diferença entre um desconto de 50% e dois descontos sucessivos de 30% e 20% sobre o valor de R\$ 40.000 é um valor inteiro:

(A) múltiplo de 7.

(B) múltiplo de 9.

(C) múltiplo de 12.

(D) ímpar.

(E) zero, pois os descontos são iguais.

11) Sejam A, B e C conjuntos tais que: $A = \{1, \{1,2\}, \{3\}\}$, $B = \{1, \{2\}, 3\}$ e $C = \{\{1\}, 2, 3\}$. Sendo X a união dos conjuntos $(A-C)$ e $(A-B)$, qual será o total de elementos de X?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5

- 12) No conjunto dos números reais, o conjunto solução da equação $\sqrt[4]{(2x + 1)^4} = 3x + 2$
- (A) é vazio.
 - (B) é unitário.
 - (C) possui dois elementos.
 - (D) possui três elementos.
 - (E) possui quatro elementos.
- 13) Sabe-se que $p(x) = acx^4 + b(a+c)x^3 + (a^2 + b^2 + c^2)x^2 + b(a+c)x + ac$ é um produto de dois polinômios do 2º grau e que os números a, b, c são reais não nulos com $(b^2 - 4ac)$ positivo. Nessas condições, é correto afirmar que
- (A) há apenas um valor de x tal que $p(x) = 0$
 - (B) há apenas dois valores de x tais que $p(x) = 0$
 - (C) há apenas três valores de x tais que $p(x) = 0$
 - (D) há quatro valores de x tais que $p(x) = 0$
 - (E) não há valores de x tais que $p(x) = 0$
- 14) Em um triângulo acutângulo não equilátero, os três pontos notáveis (ortocentro, circuncentro e baricentro) estão alinhados. Dado que a distância entre o ortocentro e o circuncentro é ' k ', pode-se concluir que a distância entre o circuncentro e o baricentro será
- (A) $\frac{5k}{2}$
 - (B) $\frac{4k}{3}$
 - (C) $\frac{4k}{5}$
 - (D) $\frac{k}{2}$
 - (E) $\frac{k}{3}$

15) Dois números reais não simétricos são tais que a soma de seus quadrados é 10 e o quadrado de seu produto é 18. De acordo com essas informações, a única opção que contém pelo menos um desses dois números é:

- (A) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$
- (B) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 3\}$
- (C) $\{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x \leq 5\}$
- (D) $\{x \in \mathbb{R} \mid 5 \leq x \leq 7\}$
- (E) $\{x \in \mathbb{R} \mid 7 \leq x \leq 9\}$

16) No sistema $\begin{cases} 3x - y \cdot \sqrt{3} = 0 \\ x^2 \cdot y^{-2} = \frac{1}{3} \end{cases}$, a quantidade de soluções inteiras

para 'x' e 'y' é:

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3
- (E) infinita.

17) No conjunto dos números reais, qual será o conjunto solução da inequação $\frac{88}{\sqrt{121}} - \frac{1}{x} \leq 0,25^{\frac{1}{2}}$?

- (A) $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{2}{15} < x < \frac{15}{2}\right\}$
- (B) $\left\{x \in \mathbb{R} / 0 < x \leq \frac{2}{15}\right\}$
- (C) $\left\{x \in \mathbb{R} / -\frac{2}{15} < x < 0\right\}$
- (D) $\left\{x \in \mathbb{R} / -\frac{15}{2} \leq x < -\frac{2}{15}\right\}$
- (E) $\left\{x \in \mathbb{R} / x < -\frac{15}{2}\right\}$

- 18) Considere o sistema abaixo nas variáveis reais x e y , sendo a e b reais.

$$\begin{cases} 375y^2x - 125y^3 - 375yx^2 + 125x^3 = 125b \\ y^2 + x^2 + 2yx = a^2 \end{cases}$$

Nessas condições, qual será o valor de $(x^2 - y^2)^6$?

- (A) a^3b^6
(B) a^8b^6
(C) a^6b^2
(D) a^3b^6
(E) a^4b^6
- 19) Sejam p e q números reais positivos tais que $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{\sqrt{2010}}$.
Qual o valor mínimo do produto pq ?
- (A) 8040
(B) 4020
(C) 2010
(D) 1005
(E) 105
- 20) No conjunto 'R' dos números reais, qual será o conjunto solução da equação $\frac{\sqrt{3}}{x^2 - 1} = \frac{\sqrt{3}}{2x - 2} - \frac{\sqrt{3}}{2x + 2}$?
- (A) R
(B) $R - (-1; 1)$
(C) $R - [-1; 1]$
(D) $R - \{-1; +1\}$
(E) $R - [-1; 1]$